

Ìṣedògba yíyàtò onígboṣọ̀rọ̀ ìpele èkíní (Differential equation)

1 Àlàyé ìṣedògba yíyàtò

Àlàyé

Ìṣedògba yíyàtò ni ìṣedògba ti ojútùú rẹ̀ jẹ́ isẹ́, tí àwọn àtúpalẹ̀ rẹ̀ sí wà nínú ìṣedògba náà.

Àpẹẹrẹ

a) Ìṣedògba $f'(t) = 5$ jẹ́ ìṣedògba yíyàtò ti f jẹ́ àìmò, a tún lè kọ́ bá yíi:

$$y' = 5$$

b) Ìṣedògba $y' = 2t^2 - 3$ tún jẹ́ ìṣedògba yíyàtò abájáde jẹ́ isẹ́ y tí àtúpalẹ̀ rẹ̀ $2t^2 + 3$

2 Ìṣedògba yíyàtò irú $y' = f$

Àlàyé : Nígba tí a bá ròronuwòye isẹ́ f tí a ṣàlàyé nínú ìkókó I , isẹ́ g jẹ́ ojútùú ìṣedògba yíyàtò $y' = f$ nígba tí $g'(t) = f(t)$ nìkan.

Àbùdá :

Nígba tí a bá sọ pé F jẹ́ orisun f , èyí tùmò sí pé F jẹ́ ojútùú ìṣedògba yíyàtò $y' = f$

3 Ìṣedògba yíyàtò irú $y' = ay$

Àbùdá :

Àwọn ojútùú ìṣedògba $y' = ay$ $a \in \mathbb{R}$ ni àwọn isẹ́ tí ìrísí wọn jẹ́ $t \rightarrow Ke^{at}$ tí K jẹ́ aláìṣeyípadà èyíkeyí

Déìṣàfihàn :

- Nígba tí a bá ròronuwòye isẹ́ f tí a ṣàlàyé sọrí $\mathbb{R}$ pẹ̀lú $f(t) = Ke^{at}$

$$f'(t) = Kae^{at} = af(t)$$

$$f'(t) = af(t)$$

f jẹ́ ojútùú ìṣedògba $y' = ay$

- Jíjùmò:

Nígbà tí f jẹ ojútùú ìṣedògba $y' = ay$, tí ìṣe g jẹ ìṣe tí a ṣàlàyé sọrí R pèlú

$$g(t) = Ke^{-at} * f(t)$$

Nígbà tí ìṣe g jẹ ojútùú ìṣedògba $y' = ay$

$$f'(t) = af(t)$$

Nígbà yẹn

$$\begin{aligned} g'(t) &= -ae^{-at} * f(t) + e^{-at} * f'(t) \\ &= -e^{-at} * af(t) + e^{-at} * f'(t) \\ &= -e^{-at} * f'(t) + e^{-at} * f'(t) \\ &= 0 \end{aligned}$$

Èyí tó túmò sí g jẹ ìṣe aláìṣeyípadà

Nígbà tí $e^{-at} * f(t) = K$ èyí tó túmò sí

$$f(t) = K \times 1/e^{-at} = Ke^{at}$$

Àlákálẹ̀ : Ìyànju ìṣedògba yíyàtò irú $y' = ay$

Nígbà tí e bá rònúwòye ìṣedògba yíyàtò $3y' + 5y = 0$

- E ṣàwàrí àwọn irúfẹ̀ ìrísí àwọn ojútùú ìṣedògba
- E ṣàwàrí àwọn ìlā mélòò kan tó jẹ ojútùú ìṣe pèlú èrò ìṣirò tàbí ètòlèsẹ̀sẹ̀
- E ṣàwàrí ojútùú ẹyọ kan tí $f(1) = 2$

Ojútùú : ?

Àbùdá :

Nígbà tí f àti g bá jẹ ojútùú ìṣedògba yíyàtò ìṣedògba yíyàtò $y' = ay$, èyí túmò sí pé àwọn $f + g$ àti kf $k \in R$ jẹ ojútùú ìṣedògba yíyàtò.

Déìṣàfihàn:

$$\begin{aligned} (f + g)'' &= f'' + g'' = af + ag = a(f + g) \\ -(kf)'' &= kf'' = k \times af = a(kf) \end{aligned}$$

Àbùdá :

Ìṣe $t \rightarrow -b/a$ jẹ ojútùú ìṣedògba yíyàtò $y' = ay + b$ ($a \neq 0$) ojútùú yíí ni ojútùú

àkànṣe aláìṣeyípadà.

4 Ìṣedògba yíyàtò irúfẹ́ $y' = ay + b$

Àbùdá :

Ìṣẹ́ $t \rightarrow -b/a$ jẹ́ ojútùú ìṣedògba yíyàtò $y' = ay + b$ ($a \neq 0$) ojútùú yíí ni ojútùú àkànṣe aláìṣeyípadà.

Àbùdá :

Ìṣẹ́ $t \rightarrow -b/a$ jẹ́ ojútùú ìṣedògba yíyàtò $y' = ay + b$ ($a \neq 0$) ojútùú yíí ni ojútùú àkànṣe aláìṣeyípadà.

Déìṣàfihàn :

Àgbékalẹ́ $g(t) = -b/a$, iye $g'(t) = 0$ àmọ́ $ag(t) + b = a(-b/a) + b = -b + b = 0 = g'(t)$

Nítorí náà $g'(t) = ag(t) + b$

Àbùdá : Àwọn ojútùú ìṣedògba yíyàtò $y' = ay + b$ ($a \neq 0$) ni àwọn isẹ́

tí wọn ní

ìrísí $t \mapsto Ke^{at} - b/a$

Ìṣẹ́ àdàṣe

Àlàkalẹ́ : Ìyànju ìṣedògba yíyàtò irú $y' = ay + b$

Nígba tí ẹ́ bá ròronuwòye ìṣedògba yíyàtò (E) $2y' - y = 3$

a) Ẹ́ ṣàwàrí ojútùú àkànṣe ti ìṣedògba yíyàtò (E)

b) Ẹ́ ṣàwàrí ìrísí àwọn gbogbo ojútùú ti ìṣedògba yíyàtò $y' = 1/2y$

c) Ẹ́ ṣàfihàn ìrísí àwọn ojútùú ìṣedògba (E)

d) Ẹ́ ṣàwàrí ojútùú ẹyọ kan isẹ́ f nígbà tí $f(0) = -1$